

Ćwiczenie 10 – równanie nieliniowe, metoda Newtona

Treść zajęć:

ubycie m-pliku funkcyjnego, zapis funkcji z parametrami wejściowymi, wyjściowymi i subfunkcji;
metoda Newtona

Cel zajęć:

zastosowanie metody Newtona do rozwiązywania równania nieliniowego: równania wiekowego dla wartości własnych tensora, oszacowanie punktów startu z twierdzenia Gerszgorina

Wzory, algorytm:

wzór iteracyjny:

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

użycie funkcji w matlabie:

```
plik nazwafunkcji.m
function [wy1, wy2, ...] = nazwafunkcji (we1, we2, ...)
    %
    wy1 = ...      (obliczenie parametrów wyjściowych)
    wy2 = ...
    f' = ...       (gdzie f' to pochodna)
    if ...
        return     (możliwy jest wcześniejszy powrót)
    end
end               (opcjonalny, chyba że w pliku są kolejne funkcje)
```

(wywołania funkcji)

```
a[x 1, x 2, ...] = nazwafunkcji(x 1, x 2, ...);
```

```
f = nazwafunkcji(x 1, x 2, ...);
```

Problem

Dla danego tensora naprężenia:

$$T_\sigma = \begin{pmatrix} 12 & -2 & -1 \\ -2 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & -10 \end{pmatrix}$$

obliczyć niezmienniki i znaleźć metodą Newtona pierwiastki równania sześciennego (wartości własne). Punkty startu dla „skrajnych” pierwiastków dobrać na podstawie tw. Gerszgorina.

Rozwiązanie:

(kod w matlabie)

```
% m-plik funkcyjny f_10.m
```

```
function [x, f_1, it] = f_10(i_1, i_2, i_3, x)
```

```
krok = 1e-3;
```

```
eps = 1e-6;
```

```
for it = 1:100
```

```

f_1 = f_10a(i_1, i_2, i_3, x);
if abs( f_1 ) < eps
    break
end
f_2 = f_10a(i_1, i_2, i_3, x + krok);
x = x - f_1 * krok / (f_2 - f_1);
end

function ff = f_10a(i_1, i_2, i_3, x)
ff = x^3 - i_1 * x^2 + i_2 * x - i_3;
%-----
% Adam Zaborski ćw. nr 10 - metoda Newtona
% użycie funkcji i subfunkcji
clc
clear all
format compact, format long
a = [12, -2, 1; -2, 3, 2; -1, 2, -10]; % zadana macierz
i_1 = trace( a );
i_2 = a(1,1)*a(2,2) - a(1,2)*a(2,1) + a(2,2)*a(3,3) - a(2,3)*a(3,2) + a(1,1)*a(3,3) -
a(1,3)*a(3,1);
i_3 = det( a );
% pierwsza wartość własna
% punkt startowy "na zewnątrz" z tw. Gerszgorina
x_1 = 15;
[x, f, it] = f_10(i_1, i_2, i_3, x_1);
x, f, it
% druga wartość własna
% punkt startowy "na zewnątrz" z tw. Gerszgorina
x_2 = -13;
[x, f, it] = f_10(i_1, i_2, i_3, x_2);
x, f, it
% trzecia wartość własna
% punkt startowy "w środku"
x_3 = 3;
[x, f, it] = f_10(i_1, i_2, i_3, x_3);
x, f, it

```

Wyniki

niezmienniki: $I_1 = 5, I_2 = -121, I_3 = -365$
 pierwsza wartość własna 12.388773548864529
 residuum 2.718934410950169e-09
 liczba iteracji 6
 druga wartość własna -10.260256963411400
 residuum -6.252776074688882e-10
 liczba iteracji 6
 trzecia wartość własna 2.871483421776054
 residuum -9.021794653563120e-07
 liczba iteracji 3