

Ćwiczenie 12 – całkowanie, wzór trapezów i Simpsona

Treść zajęć:

wzór trapezów i Simpsona

Cel zajęć:

Poznanie metod i ich porównanie

Wzory, algorytm:

wzory znane z wytrzymałości materiałów (dla jednoosiowego stanu naprężenia):

$$N = \int_A \sigma \, dA, \quad M = \int_A \sigma z \, dA$$

Problem:

całkowanie naprężeń przekroju pręta silnie zakrzywionego

Rozkład naprężeń normalnych w przekroju pręta silnie zakrzywionego dany jest wzorem:

$$\sigma_x = N \left(\frac{1}{A} - \frac{e}{A\rho} - \frac{e\rho}{J^*} \cdot \frac{z}{z + \rho} \right), \quad J^* = b\rho^3 \left(\ln \frac{\rho + \frac{h}{2}}{\rho - \frac{h}{2}} - \frac{h}{\rho} \right)$$

Przyjmując dane: $A = b \times h = 0,0096 \times 0,075$ [m], $\rho = 0,0725$ [m], $e = 0,164$ [m], $N = 1$, obliczyć całkę z naprężeń po przekroju:

$$N = \iint_A \sigma_x \, dA = b \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x \, dz$$

stosując przedziałami:

a) wzór trapezów

b) wzór Simpsona.

Ile przedziałów potrzeba dla każdej z metod, aby błąd obliczeń był mniejszy od 2.5%? Ile to wywołań funkcji?

Rozwiązanie

(kod matlaba)

```
% Adam Zaborski, ćw. 13 - całkowanie metodą trapezów i Simpsona
```

```
clc
```

```
clear all
```

```
format compact, format short
```

```
b = 0.0096;
```

```
h = 0.075;
```

```
ro = 0.0725;
```

```
e = 0.164;
```

```
A = b * h;
```

```
%można przyjąć że N=1
```

```
J = b * ro^3 * (log((ro + 0.5 * h) / (ro - 0.5 * h)) - h / ro);
```

```
for i = 3: 1: 20 % co najmniej 2 przedziały, co najwyżej 19 (zakładając że wystarczy...)
```

```
    krok = h / (i - 1);
```

```
    calka = 0.0;
```

```
    for j = 1: 1: i-1
```

```
        z = -0.5 * h + (j - 1) * krok;
```

```
sigma_1 = 1 / A - e / A / ro - e * ro / J * z / (ro + z);
z = z + krok;
sigma_2 = 1 / A - e / A / ro - e * ro / J * z / (ro + z);
calka = calka + 0.5 * b * (sigma_1 + sigma_2) * krok;
end
if abs( calka - 1 ) < 0.025 % błąd względny
    break;
end
end
disp('wzór trapezów')
i, calka

% wzór Simpsona
for i = 3: 1: 20 % co najmniej 2 przedziały, co najwyżej 19 (zakładając że wystarczy...)
    krok = h / (i - 1);
    calka = 0;
    for j = 1: 1: i-1
        z = -0.5 * h + (j - 1) * krok;
        sigma_1 = b * ( 1 / A - e / A / ro - e * ro / J * z / (ro + z));
        z = z + 0.5 * krok;
        sigma_2 = b * ( 1 / A - e / A / ro - e * ro / J * z / (ro + z));
        z = z + 0.5 * krok;
        sigma_3 = b * ( 1 / A - e / A / ro - e * ro / J * z / (ro + z));
        calka = calka + ( sigma_1 + 4 * sigma_2 + sigma_3 ) / 6 * krok;
    end
    if abs( calka - 1 ) < 0.025
        break;
    end
end
disp('wzór Simpsona')
i, calka
```

Wyniki

wzór trapezów: wynik 1.0243, liczba iteracji 18

wzór Simpsona: wynik 1.0087, liczba iteracji 4