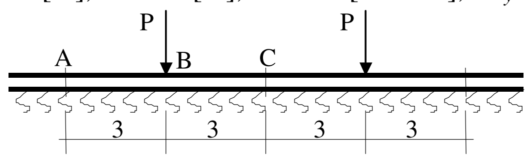
Belka na podłożu sprężystym

Narysować wykresy *w(x)* i *M(x)* dla belki jak na rys., wykonując obliczenia w punktach *A, B, C* i korzystając z symetrii zadania.

Dane: P = 10 [MN], b = 1.0 [m], h = 0.5 [m], c = 200 [MPa/m], EJ_y = 2.19 [GNm^2].



Rozwiązanie:

(zastosowanie linii wpływu)

$$l_w w(\xi) = \frac{1}{8EJ_y\alpha^3}\eta_1(\xi) \qquad \eta_1(\xi) = e^{-\xi}(\cos\xi + \sin\xi)$$

$$l_w M(\xi) = \frac{1}{4\alpha}\eta_2(\xi) \qquad \eta_2(\xi) = e^{-\xi}(\cos\xi - \sin\xi)$$

$$l_w Q(\xi) = -\tfrac{1}{2}\eta_3(\xi) \qquad \eta_3(\xi) = e^{-\xi}\cos\xi$$

obliczamy współczynnik α:

$$\alpha \equiv \sqrt[4]{\frac{bc}{4EJ}} = 0.3887\,\frac{1}{m}$$

z zasady superpozycji:

$$w_A = \frac{P}{8EJ_y\alpha^3}\left[\eta_1(3\alpha)+\eta_1(9\alpha)\right] = \frac{10^7}{8\times 2.19\times 10^9\times .3887^3}\left[\eta_1(1.016)+\eta_1(3.048)\right] = 3.60\times 10^{-3}\ \mathrm{m}$$

$$w_B = \frac{P}{8EJ_y\alpha^3}\left[\eta_1(0)+\eta_1(6\alpha)\right] = \ldots = 9.75\times 10^{3}\ \mathrm{m}$$

$$w_C = \frac{2P}{8EJ_y\alpha^3}\eta_1(3\alpha) = \ldots = 7.95\times 10^{-3}\ \mathrm{m}$$

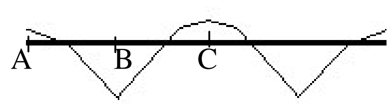
$$M_A = \tfrac{P}{4\alpha}\left[\eta_2(3\alpha)+\eta_2(9\alpha)\right] = \frac{10^7}{4\times 0.3887}\left[\eta_2(1.016)+\eta_2(3.048)\right] = -1.17\ \mathrm{MNm}$$

$$M_B = \tfrac{P}{4\alpha}\left[\eta_2(0)+\eta_2(\alpha l)\right] = \ldots = 5.55\ \mathrm{MNm}$$

$$M_C = \tfrac{2P}{4\alpha}\eta_2\left(\tfrac{\alpha l}{2}\right) = \ldots = -2.11\ \mathrm{MNm}$$

Identyczne wartości otrzymujemy z programu „winkler" (© A. Zaborski) dla belki skończonej długości, o rozpiętości po 10 m z obu stron skrajnych punktów obliczeniowych (długość całkowita 32 m), uzyskując:

- wykres ugięć



- wykres momentów