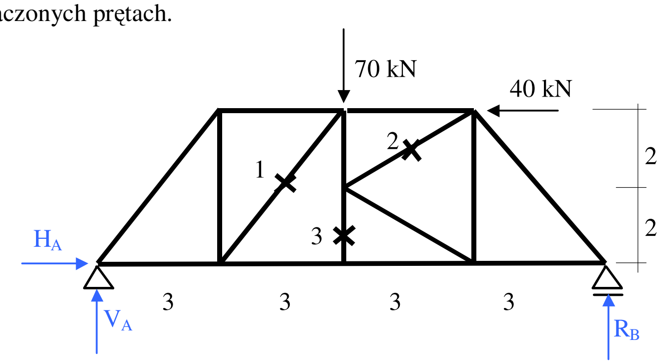
Kratownice

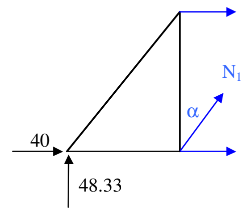
Metoda Rittera

Obliczyć siły w zaznaczonych prętach.



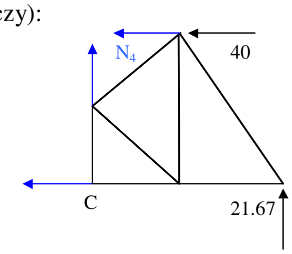
Rozwiązanie:

obliczone reakcje: V_A = 48.33 kN, H_A = 40 kN, R_B = 21.67 kN.
Z twierdzenia o prętach zerowych : $N_3 = 0$.
Przekrój przez 3 pręty (w tym pręt 1):

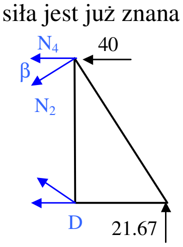


$\Sigma Y = 0$: $48.33 + N_1 \times \cos\alpha = 0$, skąd $N_1 = -48.33 / \cos\alpha$, $\cos\alpha = \dfrac{4}{\sqrt{3^2+4^2}} = 0.8$, czyli $N_1 = -60.41$ kN

kolejny przekrój przez 3 pręty (pomocniczy):

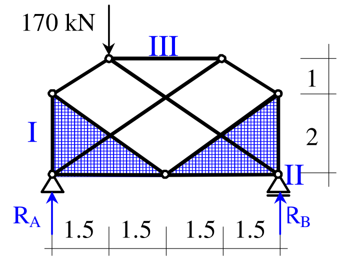


$\Sigma M_C = 0$: $-N_4 \times 4 - 40 \times 4 - 21.67 \times 6 = 0$, skąd $N_4 = -72.5$ kN
przekrój przez pręt 2 i 3 inne pręty (w pręcie 4 siła jest już znana więc znowu tylko 3 niewiadome):

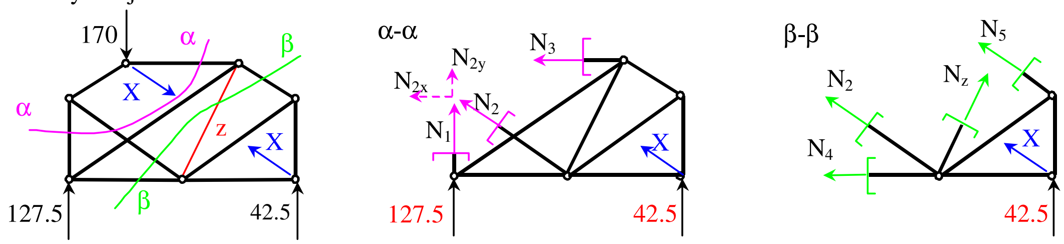


$\Sigma M_D = 0$, $N_4 \times 4 + 40 \times 4 + N_1 \times \cos\beta \times 4 + 21.67 \times 3 = 0$, $\cos\beta = \dfrac{3}{\sqrt{2^2+3^2}} = 0.832$, skąd $N_1 = 19.53$ kN

metoda Henneberga i Rittera



Analiza geometrycznej niezmienności: układ jest geometrycznie niezmienny wewnętrznie (z tw. o 3 tarczach)i zewnętrznie (3 tarcze).
Obliczenie reakcji: $R_A = 127.5$ kN, $R_B = 42.5$ kN
Z uwagi na topologię kratownicy, zarówno metoda analitycznego równoważenia węzłów jak i metoda Rittera nie nadają się do bezpośredniego zastosowania. Decydujemy się na metodę wymiany prętów Henneberga: usuwamy jeden z prętów zastępując go siłą (X) w nim występującą oraz dodajemy pręt zastępczy (z) dla zapewnienia geometrycznej niezmienności układu.



Aby wyznaczyć siłę w pręcie zastępczym dokonujemy przekrojów α-α oraz β-β. Kratownicę rozwiązujemy dwukrotnie: raz – wyłącznie od obciążenia zewnętrznego, drugi raz – wyłącznie od siły X Sumaryczną siłę w pręcie zastępczym otrzymujemy superponując rozwiązania cząstkowe.
Siły w prętach przekrojów α-α oraz β-β wyliczamy metodą Rittera: korzystamy z rozprzęgniętych układów równań równowagi oraz z faktu, że siły są wektorami swobodnymi. Siły występujące w prętach ukośnych możemy rozłożyć na składowe pionowe i poziome, przy czym miejsce rozłożenia może być też wybrane tak, aby uprościć obliczenia (por. rysunek, gdzie do obliczenia ukośnej siły N_2 rozłożono ją „na końcu” pręta, tak by tylko jedna jej składowa pozioma dawała moment względem punktu przecięcia się kierunków N_1 i N_3):

przekrój α-α:

(obciążenia zewnętrzne)

$\Sigma M_{1\text{-}3} = 0 \rightarrow N_{2x}\, 1 - 42.5 \cdot 6 = 0 \rightarrow N_2 \cdot 0.8321 \cdot 1 - 255 = 0 \rightarrow N^P{}_2 = 306.5$ kN

(siła X=1)

$\Sigma M_{1\text{-}3} = 0 \rightarrow N_{2x} \cdot 1 - X_y \cdot 1.5 = 0 \rightarrow N_2 \cdot 0.8321 \cdot 1 - 0.5547 \cdot 1.5 = 0 \rightarrow N^x{}_2 = 1.00$ kN

przekrój β-β:

(obciążenia zewnętrzne)

$\Sigma M_{4\text{-}5} = 0 \rightarrow N^P{}_{2y}$ {czyli 306.5 0.5547}$\cdot 6 + 42.5 \cdot 3 + N^P{}_z \cdot 0.8944 \cdot 6 = 0 \rightarrow N^P{}_z = -213.8$ kN

(siła X=1)

$\Sigma M_{4\text{-}5} = 0 \rightarrow N^1{}_{2y}$ {czyli 1 0.5547}$\cdot 6 + X \cdot 0.5547 \cdot 3 + N^1{}_z \cdot 0.8944 \cdot 6 = 0 \rightarrow N^1{}_z = -0.9303$ kN

(superpozycja)

$N_z = -213.8 - X \cdot 0.9303 = 0 \rightarrow X = -229.8$ kN

W ten sposób otrzymaliśmy siłę w pręcie 2. Dalej możemy kratownicę rozwiązywać jedną z typowych metod (analitycznego równoważenia węzłów albo Rittera) albo konsekwentnie stosować zasadę superpozycji:
$N_i = N^P{}_i + X \cdot N^x{}_i$