

Ścinanie - rozkład naprężeń stycznych

Rozkład naprężeń stycznych w przekroju trójkątnym

$$b(z) = \frac{2}{3}b - \frac{b}{h}z, \quad h(z) = \frac{2}{3}h - z, \quad \frac{S_y(z)}{b(z)} = \frac{1}{2}h(z)\left(z + \frac{h(z)}{3}\right)$$

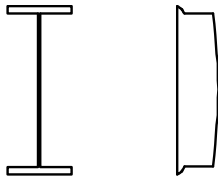
$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = 0 \Rightarrow \frac{\partial}{\partial z} \left[\left(\frac{2}{3}h - z \right) \left(\frac{2}{9}h + \frac{2}{3}z \right) \right] = 0 \Rightarrow z = \frac{h}{6}$$

$$\max(\tau_{zx}) = \frac{Q}{J_y} \frac{h^2}{12} = \frac{36Q}{bh^3} \frac{h^2}{12} = 3 \frac{Q}{bh} = \frac{3}{2} \frac{Q}{F}$$

Maksimum naprężeń wystąpi w połowie wysokości trójkąta (dla $z = h/6$).

Rozkład naprężeń stycznych w przekroju dwuteowym

Profil spawany IPES 600 huty „Pokój” ma wymiary: wysokość całkowita 600 mm, szerokość półek 220 mm, grubość środnika 8 mm, wysokość półek 23 mm. Określić część siły poprzecznej przenoszanej przez środnik.



Moment statyczny w środniku: $S_y(z) = 1460 + 306 - 4z^2$,

stosunek naprężeń maksymalnych do minimalnych w środniku wynosi 1.21 a więc wykres naprężeń stycznych w środniku jest „płaski” (naprężenia są prawie stałe).

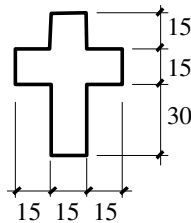
Siła poprzeczna jaka jest przenoszona przez środnik wynosi:

$$Q = b \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{QS_y(z)}{J_y b} dz = \frac{92200}{95600} Q = 0.965Q \text{ i stanowi } 96.5\% \text{ całkowitej siły}$$

Przy przenoszeniu ścinania pracuje więc przede wszystkim środnik.

Przykład – rozkład naprężeń w przekroju

Określić rozkład naprężeń normalnych i stycznych w przekroju obciążonym momentem zginającym $M = 1.8 \text{ MNm}$ i siłą poprzeczną $Q = 5 \text{ MN}$. Wymiary przekroju w [cm].



Rozwiązanie:

pole przekroju:

$$F = 15 \times 60 + 2 \times 15 \times 15 = 1350 \text{ cm}^2$$

środek ciężkości:

$$z_c = (15 \times 60 \times 30 + 2 \times 15 \times 15 \times 37.5) / 1350 = 32.5 \text{ cm}$$

główny centralny moment bezwładności:

$$J_y = \frac{15 \times 60^3}{12} + 15 \times 60 \times (32.5 - 30)^2 + 2 \times \left(\frac{15^4}{12} + 15^2 \times (32.5 - 37.5)^2 \right) = 295.3 \times 10^3 \text{ cm}^4$$

naprężenia normalne

$$\sigma_x(z = 27.5) = \frac{1.8 \times 10^6}{2.953 \times 10^{-3}} \times 0.275 = 167.6 \times 10^6 \text{ Pa} = 167.6 \text{ MPa}$$

A. Zaborski, Rozkład uśrednionych naprężeń stycznych

$$\sigma_x(z = -0.325) = \frac{1.8 \times 10^6}{2.953 \times 10^{-3}} \times (-0.325) = -198.1 \times 10^6 \text{ Pa} = -198.1 \text{ MPa}$$

rozkład uśrednionych naprężeń stycznych
górny przedział, $0.125 < z < 0.275$

$$\tau_1 = \frac{5 \times 10^6}{2.953 \times 10^{-3} \times 0.15} \times (0.275 - z) \times (0.275 + z) \times 0.15 \times 0.5 = 846.6 \times 10^6 \times (0.275^2 - z^2)$$

$$\tau_1(z = 0.275) = 0$$

$$\tau_1(z = 0.125) = 50.8 \times 10^6 \text{ Pa} = 50.8 \text{ MPa}$$

środkowy przedział, $-0.025 < z < 0.125$

$$\tau_2 = \frac{5 \times 10^6}{2.953 \times 10^{-3} \times 0.45} \times \left((0.275^2 - z^2) \times 0.45 \times 0.5 - 0.30 \times 0.15 \times 0.2 \right)$$

$$\tau_2(z = 0.125) = 16.93 \times 10^6 \text{ Pa} = 16.93 \text{ MPa}$$

$$\tau_2(z = 0) = 30.16 \times 10^6 \text{ Pa} = 30.16 \text{ MPa} \text{ (lokalne ekstremum)}$$

$$\tau_2(z = -0.025) = 29.63 \times 10^6 \text{ Pa} = 29.63 \text{ MPa}$$

dolny przedział, $-0.325 < z < -0.025$

$$\tau_3 = \frac{5 \times 10^6}{2.953 \times 10^{-3} \times 0.15} \times (0.325^2 - z^2) \times 0.5 \times 0.15$$

$$\tau_3(z = -0.025) = 88.89 \times 10^6 \text{ Pa} = 88.89 \text{ MPa}$$

$$\tau_3(z = -0.325) = 0$$

Wykresy:

